

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Вводный курс математики**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: очная

Разработчик: старший преподаватель кафедры математики и методики
обучения математике Храмова Н. А.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры
математики и методики обучения математике, протокол № 10 от
16.05.2019 года.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании
кафедры математики и методики обучения математике, протокол № ____ от
_____ года.

Саранск

1. Цель и задачи дисциплины

Цель изучения дисциплины – формирование у студентов алгебраической и геометрической культуры, необходимой будущему учителю математики для глубокого понимания целей и задач обучения в системе среднего образования с учетом содержательной специфики курсов «Математика», «Алгебра и начала анализа», «Геометрия»; а также дальнейшего изучения дисциплин «Алгебра и теория чисел» и «Геометрия».

Задачи дисциплины:

- изучить матрицы и определители, их свойства и действия над ними, решение матричных уравнений;
- овладеть различными методами решения систем линейных уравнений (методом исключения неизвестных, по правилу Крамера, векторным и матричным методами);
- изучить скалярное, векторное и смешанное произведения;
- овладеть основными понятиями и алгоритмами аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.

В том числе воспитательные задачи:

- формирование мировоззрения и системы базовых ценностей личности;
- формирование основ профессиональной культуры обучающегося в условиях трансформации области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина К.М.06.01 «Вводный курс математики» изучается в составе модуля К.М.06 «Предметно-методический модуль» и относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Освоение дисциплины «Вводный курс математики» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: К.М.06.04 Геометрия, К.М.06.03 Алгебра и теория чисел, К.М.06.05 Математический анализ.

Освоение данной дисциплины также необходимо для прохождения учебной и производственной практик, подготовки студентов к государственной итоговой аттестации.

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-3 Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса.

ПК-6 Способен проектировать содержание образовательных программ и их элементов.

Шифр компетенции в соответствии с ФГОС ВО	Индикаторы достижения компетенций	Образовательные результаты
---	--------------------------------------	-------------------------------

ПК-3	ПК-3.1. проектирует результаты обучения в соответствии с нормативными документами в сфере образования по предметной области «Математика и информатика», возрастными особенностями обучающихся, дидактическими задачами урока ПК-3.2. осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	знать: - основы школьного курса алгебры: предметное содержание, методы, приемы и технологии; - основы школьного курса геометрии: предметное содержание, методы, приемы и технологии; - логические приемы построения математических рассуждений (доказательств); уметь: - уметь решать простейшие задачи школьного курса математики, осуществлять отбор предметного содержания; - логически грамотно конструировать математические предложения (в том числе теоремы) и определения; - анализировать их логическое строение, записывать символически и наоборот, переводить символическую запись на естественный язык; владеть: - вычислительными навыками математики, методами, приемами и технологиями обучения математике; - логическими нормами математического языка, организационными формами урочной и внеурочной деятельности.
------	--	--

ПК-6	ПК-6.1. участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ;	знать: - основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии, позволяющие осуществлять основные и дополнительные образовательные программы; - методы векторной алгебры, позволяющие развивать у обучающихся познавательную активность; уметь: - решать задачи с использованием понятия определителя в зоне ближайшего развития школьника; - решать задачи с использованием понятий уравнения прямой на плоскости и в пространстве в зоне ближайшего развития школьника; владеть: - вычислительными алгоритмами, позволяющими школьникам решать школьные задачи.
------	--	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
		1
Контактная работа (всего)	54	54
Лекции	18	18
Практические занятия	36	36
Самостоятельная работа (всего)	27	27
Вид промежуточной аттестации: экзамен	27	27
Общая трудоемкость	108	108
часы	3	3
зачетные единицы		

5. Содержание дисциплины

Содержание раздела 1 «Уравнения и неравенства. Системы уравнений».

Рациональные уравнения и неравенства. Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств. Уравнения и неравенства с модулем. Иррациональные уравнения и неравенства. Показательные уравнения, неравенства, системы уравнений. Логарифмические уравнения и неравенства, системы уравнений. Тригонометрические уравнения, неравенства, системы уравнений. Комбинированные уравнения и неравенства.

Содержание раздела 2. «Планиметрия».

Замечательные точки и линии в треугольнике. Четырехугольник и его свойства. Вписанная и описанная окружность. Методы решения планиметрических задач.

5.1. Содержание лекций

Раздел 1. Уравнения и неравенства. Системы уравнений

Тема 1. Метод математической индукции (2 ч)

Метод математической индукции. Метод полной математической индукции. Применение метода математической индукции к доказательству формул школьного курса. Применение метода математической индукции к решению задач школьного курса.

Тема 2. Определитель матрицы (2 ч)

Понятие определителя матрицы. Методы вычисления определителя. Понятия дополнительного минора и алгебраического дополнения. Свойства определителя. Метод Гаусса вычисления определителей матриц.

Тема 3. Системы линейных уравнений (2 ч)

Понятие системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Метод Крамера решения системы линейных уравнений. Фундаментальное семейство решений системы линейных уравнений.

Тема 4. Векторное пространство (2 ч)

Понятие линейного (векторного) пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Линейное подпространство. Базис и размерность линейного пространства.

Раздел 2. Планиметрия

Тема 5. Метод координат (2 ч)

Метод координат на плоскости и в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Базис на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи в координатах. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Тема 6. Уравнение прямой на плоскости (2 ч)

Различные виды уравнений прямой. Общее уравнение прямой на плоскости. Каноническое уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Тема 7. Уравнение прямой и плоскости в пространстве (2 ч)

Каноническое уравнение прямой в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Общее уравнение плоскости в пространстве. Вывод уравнений прямых и плоскостей в пространстве.

Тема 8. Основные задачи на прямую и плоскость (2 ч)

Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение плоскости, проходящей, через три точки. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя прямыми. Взаимное расположение прямых.

Тема 9. Обобщение и систематизация материала (2 ч)

Обзор основных разделов матричной алгебры, рассмотренных в первом семестре. Обзор общей теории линейных систем. Обзор векторной алгебры. Обзор элементов аналитической геометрии на плоскости. Обзор элементов аналитической геометрии в пространстве.

5.2. Содержание практических занятий

Раздел 1. Уравнения и неравенства. Системы уравнений

Тема 1. Метод Гаусса (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Метод Гаусса исключения неизвестных из систем.
2. Метод Гаусса приведения матрицы к верхнетреугольному виду.
3. Метод Гаусса приведения квадратной матрицы к диагональному виду.

Тема 2. Действия над матрицами (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Сложение матриц.
2. Умножение матриц.
3. Умножение матрицы на число.

Тема 3. Вычисление определителей (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Свойства определителей.
2. Вычисление определителей по определению.
3. Вычисление определителей методом Гаусса.

Тема 4. Решение систем линейных уравнений (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Общая теория систем линейных уравнений.
2. Нахождение общего решения.
3. Нахождение частного решения.

Тема 5. Фундаментальное семейство решений (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Решение систем линейных уравнений, имеющих бесчисленное множество решений.
2. Вычисление фундаментального семейства решений.

Тема 6. Неопределенные системы линейные уравнений (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
2. Нахождение обратной матрицы.
3. Методы нахождения обратной матрицы: миноры, метод Гаусса.

Тема 7. Контрольная работа (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Решение контрольной работы по теме «Матрицы. Определители. Линейные системы».

Тема 8. Отчет по индивидуальному домашнему заданию по теме «Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений» (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Матрицы.
2. Определители матриц.
3. Системы линейных уравнений.

Тема 9. Задачи на базис в линейном пространстве (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Решение задач на базис в линейном пространстве.
2. Определение, является система векторов базисом в линейном пространстве.
3. Нахождение координат вектора в заданном базисе.

Раздел 2. Планиметрия

Тема 10. Метод координат (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Метод координат на плоскости.
2. Простейшие задачи в координатах: координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении.
3. Длина вектора.

Тема 11. Векторная алгебра (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Скалярное произведение.
2. Векторное произведение. Ориентация в пространстве.
3. Форма для вычисления в прямоугольной декартовой системе координат.

Тема 12 Уравнение прямой на плоскости (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Различные типы уравнений прямой на плоскости.
2. Переход от одного типа уравнения к другому.
3. Простейшие задачи на прямую на плоскости: прямая, проходящая через две точки, точка пересечения прямых.

Тема 13. Взаимное расположение прямых на плоскости (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Исследование взаимного расположения прямых на плоскости.
2. Рассмотрение связи с теорией систем линейных уравнений.

Тема 14. Прямая и плоскость в пространстве (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Уравнение прямой в пространстве.
2. Различные типы уравнения прямой в пространстве.
3. Уравнение плоскости в пространстве.
4. Различные типы уравнения плоскости в пространстве.
5. Связь между уравнениями различных типов.

Тема 15. Различные типы уравнения прямой в пространстве (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
2. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
3. Уравнение прямой, проходящей через точку перпендикулярно заданной плоскости.
4. Уравнение плоскости, проходящей через точку параллельно заданной плоскости.

Тема 16. Контрольная работа (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Контрольная работа по модулю «Элементы аналитической геометрии».

Тема 17. Устный опрос (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Устный опрос по модулю «Элементы аналитической геометрии».

Тема 18. Отчетное занятие (2 ч)

Вопросы для обсуждения:

1. Решение различных практических задач по модулю «Элементы линейной алгебры».

2. Решение различных практических задач по модулю «Элементы аналитической геометрии».

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Вид СРС: Анализ конспекта лекции

Анализ содержания лекционного материала. Корректировка конспекта лекции в соответствии с литературой и выполнением домашних заданий.

Вид СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Решение систем линейных уравнений».

Вариант индивидуального домашнего задания

Задача 1. Выполнить указанные действия над данными матрицами, если A есть первая, B – вторая, а E – единичная матрицы.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 16 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, A^T B + 2A^2 - 7E$$

Задача 2. Решить систему линейных уравнений $A\vec{x} = \vec{b}$:

- 1) методом Гаусса;
- 2) методом Крамера.

В качестве основной матрица системы взять матрицу A из задачи 1, а за столбец свободных членов $\vec{b}$ принять первый столбец матрицы B .

Задача 3. Определить совместна или несовместна система линейных уравнений $A\vec{x} = \vec{b}$, используя теорему Кронекера-Капелли. Решить ее методом Гаусса, при этом указать:

- 1) частное решение;
- 2) фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 9, \\ -x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_4 = -7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

Задача 4. Вычислить определитель матрицы A следующими методами:

- 1) методом Гаусса;
- 2) разложением по i -той строке, по j -тому столбцу.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & -6 \end{bmatrix}, i = 3, j = 2.$$

Задача 5. Найти обратную матрицу методом Гаусса к матрице из задачи 4, соответствующей варианту.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме «Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера»

Примерный вариант контрольной работы

1. Вычислить определитель матрицы методом Гаусса, разложением по строке с номером i и по столбцам с номерами i, j

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} i = 2, j = 3$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1, \\ x - y - z = 1, \\ 2x + 3z = 0. \end{cases}$$

Раздел 2. Элементы аналитической геометрии

Вид СРС: Анализ конспекта лекции

Анализ конспекта лекции, корректировка конспекта в соответствии с изучением литературы и выполнением заданий лектора.

Вид СРС: Выполнение индивидуального домашнего задания

Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Аналитическая геометрия в пространстве».

Вариант индивидуального домашнего задания

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника $A_1A_2A_3$. Найти: а) длины сторон A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3 ; б) величины углов треугольника $A_1A_2A_3$; в) уравнения сторон A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3 ; г) уравнения всех высот треугольника $A_1A_2A_3$; д) точку пересечения высот треугольника $A_1A_2A_3$; е) уравнения всех медиан треугольника $A_1A_2A_3$; ж) точку пересечения медиан треугольника $A_1A_2A_3$; з) уравнения всех биссектрис треугольника $A_1A_2A_3$; и) уравнение прямой, проходящей через вершину A_1 параллельно стороне A_2A_3 ; к) площадь треугольника $A_1A_2A_3$; л) расстояние от точки A_1 до прямой A_2A_3 .
Вариант 1. $A_1(1;5), A_2(-4;5), A_3(-1;8)$.

Задание 2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: а)

длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; в) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; г) площадь грани $A_1A_2A_3$; д) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$; е) уравнение прямой A_1A_2 ; ж) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; з) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Вариант 1. $A_1(-4; -2; 6)$; $A_2(12; -4; 0)$; $A_3(-1; 5; 8)$; $A_4(-5; 8; -4)$.

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Подготовка к контрольной работе по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

Примерный вариант контрольной работы

Даны четыре точки $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$:

1. По заданным координатам точек A, B, C, D составить уравнения:

а) плоскости ABC и найти расстояние от точки D до плоскости ABC ;

б) прямых AB и CD и найти точку их пересечения.

2. Найти:

а) угол ABC (косинус угла);

б) площадь треугольника ABC и объем тетраэдра $ABCD$.

Вариант 1. $A(3, 2, 5)$, $B(4, 0, 6)$, $C(2, 6, 5)$, $D(6, 4, -1)$.

7. Тематика курсовых работ

Не предусмотрена

8. Оценочные средства по дисциплине

8.1. Компетенции и этапы формирования

Код компетенции	Социально-гуманитарный модуль	Коммуникативный модуль	Модуль здоровья и безопасности и жизнедеятельности	Психологический педагогический модуль	Модуль воспитательной деятельности	Предметно-методический модуль	Предметно-технологический модуль	Учебно-исследовательский модуль
ПК-3				+		+	+	+
ПК-6						+	+	+

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Шкала, критерии оценивания и уровень сформированности компетенции			
		2 (неудовлетворительно) ниже порогового	3 (удовлетворительно) пороговый	4 (хорошо) базовый	5 (отлично) повышенный

ПК-3. Способен реализовывать образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями, в том числе информационными, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса	ПК-3.1. проектирует результаты обучения в соответствии с нормативными документами в сфере образования по предметной области «Математика и информатика», возрастными особенностями обучающихся, дидактическим и задачами урока	Демонстрирует фрагментарно результаты обучения в соответствии с нормативными документами в сфере образования по предметной области «Математика и информатика», возрастными особенностями обучающихся, дидактическим и задачами урока	В целом успешно, но не систематически демонстрирует результаты обучения в соответствии с нормативными документами в сфере образования по предметной области «Математика и информатика», возрастными особенностями обучающихся, дидактическими задачами урока	В целом успешно, но с отдельными пробелами демонстрирует результаты обучения в соответствии с нормативными документами в сфере образования по предметной области «Математика и информатика», возрастными особенностями обучающихся, дидактическими задачами урока	Успешно и систематически демонстрирует результаты обучения в соответствии с нормативными документами в сфере образования по предметной области «Математика и информатика», возрастными особенностями обучающихся, дидактическими задачами урока
	ПК-3.2. осуществляет отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике и информатике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	Демонстрирует фрагментарный отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике и информатике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	В целом успешно, но не систематически демонстрирует отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике и информатике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	В целом успешно, но с отдельными пробелами демонстрирует отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике и информатике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения	Успешно и систематически демонстрирует отбор предметного содержания, методов, приемов и технологий, в том числе информационных, обучения математике и информатике, организационных форм учебных занятий, средств диагностики в соответствии с планируемыми результатами обучения

ПК-6. Способен проектировать содержание образовательных программ и их элементов	ПК-6.1. участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ	Фрагментарно участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ	В целом успешно, но не систематически участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ	В целом успешно, но с отдельными недочетами участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ в плане определения содержания	Успешно и систематически участвует в проектировании основных и дополнительных образовательных программ в плане определения содержания
--	--	--	---	--	---

Уровни сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Экзамен	
Повышенный	5 (отлично)	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	Ниже 60%

8.3. Типовые задания для текущего контроля успеваемости

8.3.1 Типовые задания для оценки уровня сформированности компетенции ПК-3 (индикаторы ПК-3.1, ПК-3.2)

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Контрольная работа №1

1. Вычислить определитель матрицы методом Гаусса, разложением по строке с номером i и по столбцам с номерами i, j

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} i = 2, j = 3$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1, \\ x - y - z = 1, \\ 2x + 3z = 0. \end{cases}$$

Раздел 2. Планиметрия

Контрольная работа №2

Даны четыре точки $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$, $D(x_4, y_4, z_4)$:

1. По заданным координатам точек A, B, C, D составить уравнения:
 - а) плоскости ABC и найти расстояние от точки D до плоскости ABC ;
 - б) прямых AB и CD и найти точку их пересечения;
2. Найти:
 - а) угол ABC (косинус угла);
 - б) площадь треугольника ABC и объем тетраэдра $ABCD$.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Устный опрос по разделу «Элементы линейной алгебры»

Целью устного опроса является проверка знания студентами теоретического материала модуля. При этом основное внимание следует уделить умению математически грамотно формулировать определения и формулировки теорем. Проводится обычно в конце модуля, то есть на 8 – 9 неделе обучения. Студентов заранее (примерно за неделю) следует предупредить о времени проведения устного опроса и определить перечень вопросов. Ниже приводится примерный перечень вопросов с ответами.

1. Что называют матрицей?

Набор элементов множества M , индексированный двумя натуральными числами, называется матрицей над M .

$$a_{ij} \in M, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$$

Индекс i (первый) называется номером строки, индекс j (второй) – номером столбца.

2. Как определяется сложение матриц?

Суммой двух матриц A и B одного порядка называется матрица $C = A + B$, элементы которой определяются по правилу

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

3. Как определяется умножение матрицы на число?

Произведением матрицы A на число k одного порядка называется матрица $D = kA$ того же порядка, что и матрица A , элементы которой определяются по правилу

$$d_{ij} = ka_{ij}$$

4.1. Какие матрицы называют согласованными?

Две матрицы

$$A \in \text{Matr}(\mathbb{R}, n \times m) \text{ и } B \in \text{Matr}(\mathbb{R}, k \times r)$$

называются согласованными, если число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй (или длина строки первой матрицы совпадает с длиной столбца второй), то есть

$$m = k$$

4.2. Какие матрицы можно перемножать?

Перемножать можно только согласованные матрицы, то есть такие две

матрицы, у которых число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй (или длина строки первой матрицы совпадает с длиной столбца второй)

5. Как определяется умножение матриц?

Произведением двух согласованных матриц A и B

$$A \in \text{Matr}(\mathbb{R}, n \times k) \text{ и } B \in \text{Matr}(\mathbb{R}, k \times m)$$

называется матрица $C \in \text{Matr}(\mathbb{R}, n \times m)$, элементы которой определяются по формулам

$$c_{ij} = \sum_{t=1}^k a_{it} b_{tj}$$

6. Перечислите свойства сложения и умножения матрицы на число

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. Существует $\mathbf{0}$ такая, что $A + \mathbf{0} = A$
4. Существует $-A$ такая, что $A + (-A) = \mathbf{0}$
5. $(k + t)A = kA + tA$
6. $1A = A$
7. $0A = \mathbf{0}$
8. $(kt)A = k(tA)$
9. $k(A + B) = kA + kB$

7. Перечислите свойства, связанные с умножением матриц

1. $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
2. Существует E такая, что $A \cdot E = E \cdot A = A$
3. $(k + t)A = kA + tA$
4. $k(A \cdot B) = (kA) \cdot B$
5. $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
6. $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$

8. Что называется векторным (линейным) пространством?

Если на множестве V заданы операции сложения $+: V \times V \rightarrow V$ и умножения на вещественное число $*: \mathbb{R} \times V \rightarrow V$, удовлетворяющие свойствам

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. Существует $\mathbf{0}$ такая, что $A + \mathbf{0} = A$
4. Существует $-A$ такая, что $A + (-A) = \mathbf{0}$
5. $(k + t) * A = k * A + t * A$
6. $1 * A = A$
7. $0 * A = \mathbf{0}$
8. $(kt) * A = k * (t * A)$
9. $k * (A + B) = k * A + k * B$,

то V называют линейным (векторным) пространством.

9.1. Какие вектора в линейном пространстве называют линейно независимыми

Говорят, что векторы $v_1, v_2, \dots, v_n$ линейно независимы, если из равенства

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

следует, что

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$$

9.2. Какие вектора в линейном пространстве называют линейно зависимыми

Если равенство

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

выполняется хотя бы при одном $\lambda_i \neq 0$, то векторы $v_1, v_2, \dots, v_n$ называются линейно зависимыми.

10. Перечислите свойства систем линейно зависимых и независимых систем векторов

1. Если к системе векторов добавить нулевой вектор, то она станет линейно зависимой.

2. Если к системе линейно зависимых векторов добавить вектор, то она останется линейно зависимой.

3. Если из системы линейно независимых векторов убрать вектор, то она останется линейно независимой.

4. Если система векторов содержит нулевой вектор, то она линейно зависима.

11. Что называют базисом в линейном пространстве?

Базисом в линейном пространстве называют совокупность линейно независимых векторов, к которой нельзя добавить ни одного вектора с сохранением линейной независимости.

12. Что называется размерностью линейного пространства?

Размерностью линейного пространства называется количество векторов в базисе, если такое число существует. В противном случае пространство называется бесконечномерным.

13. Что называется линейным подпространством?

Подмножество W линейного пространства V называется линейным подпространством, если оно замкнуто относительно операций сложения векторов и умножения вектора на число, то есть для любых векторов $x, y \in W$ и для любого $\lambda \in \mathbb{R}$ векторы $x + y \in W$, $\lambda x \in W$

14. Что называется суммой двух линейных подпространств?

Суммой $W_1 + W_2$ двух линейных подпространств $W_1, W_2 \subseteq V$ называется множество векторов вида $w = w_1 + w_2$, где $w_1 \in W_1, w_2 \in W_2$

15. Что называется пересечением двух линейных подпространств?

Пересечением $W_1 \cap W_2$ двух линейных подпространств $W_1, W_2 \subseteq V$ называется множество векторов w , где $w \in W_1, w \in W_2$ одновременно.

16. Сформулируйте теорему о связи размерности суммы и пересечения

линейных подпространств.

Пусть V – конечномерное линейное пространство. Тогда

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim W_1 \cap W_2$$

17. Какие два линейных пространства называются изоморфными

Два линейных пространства V и W называются изоморфными, если существует отображение

$$\varphi: V \rightarrow W$$

удовлетворяющее свойствам

1. φ – взаимно однозначное соответствие (биекция)
2. Для любых $x, y \in V$ выполняется $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$
3. Для любого $x \in V$ и любого $\lambda \in \mathbb{R}$ $\varphi(\lambda x) = \lambda \varphi(x)$

18. Что называется системой линейных уравнений?

Система

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

где a_{ij}, b_i – заданные числа, x_i – неизвестные называется системой m линейных алгебраических уравнений (СЛУ) с n неизвестными.

Коэффициенты a_{ij} называют коэффициентами системы линейных уравнений, b_i – свободными коэффициентами или свободными членами, x_i – неизвестными переменными или просто неизвестными.

19.1. Что называется решением системы линейных уравнений?

Решением системы линейных уравнений называется такой набор неизвестных x_i , который при подстановке в каждое уравнение системы обращает его в верное равенство.

19.2. Что значит решить систему линейных уравнений?

Решить СЛУ – значит найти все ее решения или установить, что таковых нет.

20.1. Какая система называется несовместной?

20.2. Какая система называется неопределенной?

20.3. Какая система называется определенной?

Если система имеет единственное решение, то она называется определенной, если несколько – неопределенной, если не имеет решений вообще – то несовместной.

21. Перечислите свойства решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений

Свойства решений ОСЛУ и НСЛУ.

1. Сумма двух решений ОСЛУ – снова решение ОСЛУ
2. Произведение решения ОСЛУ на число – снова решение ОСЛУ.
3. Разность двух решений НСЛУ – решение ОСЛУ.
4. Сумма решения НСЛУ и ОСЛУ – решение НСЛУ.

22. Какие преобразования строк матрицы называются элементарными?
Эквивалентными называются следующие преобразования строк матрицы:

- Перемена строк местами;
- Умножение строки на число, отличное от нуля;
- Сложение строк между собой.

23. Какие системы называют эквивалентными?

Две системы называют эквивалентными, если они имеют одинаковое множество решений.

Элементарные преобразования СЛУ переводят ее к эквивалентной СЛУ.

24. Что называется фундаментальным семейством решений данной СЛУ?

Базис в подпространстве решений ОСЛУ называется фундаментальным семейством решений данной СЛУ.

25. Что называют подстановкой?

Подстановкой из n элементов назовем биекцию множества $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ себя.

26. Что называется произведением подстановок?

Произведением подстановок a и b назовем подстановку, которая является композицией отображений a и b

$$ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ a(b(1)) & a(b(2)) & \dots & a(b(n)) \end{pmatrix}$$

27. Какая подстановка называется транспозицией?

Транспозицией назовем подстановку, которая имеет вид

$$t_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & i & i+1 & \dots & j & j+1 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & j & i+1 & \dots & i & j+1 & \dots & n \end{pmatrix}$$

Любую подстановку можно представить в виде произведения транспозиций.

28. Что называется определителем матрицы?

Определителем матрицы $A \in \text{Matr}(n \times n, \mathbb{R})$ будем называть алгебраическую сумму всех возможных произведений элементов матрицы по n штук, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца. Знак у произведения $a_{1t(1)}a_{2t(2)} \dots a_{nt(n)}$ определяется как «+» степень подстановки четная и как «-» — если степень подстановки нечетная.

Определитель матрицы обозначается $\det A$ или $|A|$

29. Перечислите свойства определителя.

Свойства определителя

1. При перемене строк местами знак определителя меняется на противоположный.

2. При умножении строки на число определитель матрицы умножается на это число.

3. При умножении строки на число и сложении с другой строкой определитель не меняется.

Вопрос 29 может быть задан в различной формулировке – например, как меняется определитель при перемещении строк местами, и т.п.

30. Опишите метод Гаусса приведения матрицы к верхнетреугольному виду. Алгоритм метода Гаусса.

1. Выбираем в первом столбце ненулевой элемент и ставим его на первое место столбца. Если ненулевого элемента нет, то переходим к шагу 3.

2. Последовательно умножаем первую строку на такие числа, чтобы при сложении с каждой ниже находящейся строкой элементы первого столбца обращались в ноль, и складываем с этими строками.

3. Переходим ко второму столбцу.

4. Находим в нем ненулевой элемент, лежащий не выше второй строки. Если такого нет, то переходим к шагу 6.

5. Последовательно умножаем вторую строку на такие числа, чтобы при сложении с каждой ниже находящейся строкой элементы второго столбца обращались в ноль, и складываем с этими строками.

6. Переходим к третьему столбцу и т.д.

31. Какая матрица называется обратной к данной?

Матрица $B \in \text{Matr}(\mathbb{R}, n)$ называется обратной к матрице $A \in \text{Matr}(\mathbb{R}, n)$, если выполняется условие $AB = BA = E$, где E единичная матрица.

$$B = A^{-1}$$

32. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы.

Алгоритм нахождения обратной матрицы.

1. Составить блочную матрицу $(A|E)$

2. Элементарными преобразованиями строк привести матрицу A к диагональному виду. При этом аналогичные преобразования проводятся над элементами единичной матрицы E

3. Привести матрицу в левой части к единичному виду путем умножения каждой строки на число.

4. В правой части блочной матрицы получим матрицу A^{-1}

33. Какая матрица называется диагональной?

Матрица $B \in \text{Matr}(\mathbb{R}, n)$ называется диагональной, если она одновременно является верхнетреугольной и нижнетреугольной, то есть $b_{ij} = 0$ если $i \neq j$

34. Сформулируйте алгоритм приведения матрицы к диагональному виду методом Гаусса.

Алгоритм приведения матрицы к диагональному виду.

1. Привести матрицу к верхнетреугольному виду.

2. Если элемент $a_{nn} \neq 0$, то умножаем последнюю строку на такие числа, чтобы при сложении с выше находящимися строками элементы последнего столбца обращались в ноль, и складываем с этими строками

3. Если элемент $a_{n-1, n-1} \neq 0$, то умножаем предпоследнюю строку на такие числа, чтобы при сложении с выше находящимися строками элементы предпоследнего столбца обращались в ноль, и складываем с этими строками

Если какой-либо из элементов главной диагонали матрицы после ее приведения к верхнему треугольному виду равен нулю, то матрицу нельзя привести к диагональному виду.

35.1. Сформулируйте определение минора матрицы?

Минором $M_{i_1, i_2, \dots, i_k}^{j_1, j_2, \dots, j_k}$ называется определитель матрицы, полученной из элементов матрицы A , стоящих на пересечении строк с номерами $i_1, i_2, \dots, i_k$ и столбцов с номерами $j_1, j_2, \dots, j_k$.

35.2. Что называется дополнительным минором матрицы?

Дополнительным минором $\bar{M}_{i_1, i_2, \dots, i_k}^{j_1, j_2, \dots, j_k}$ называется определитель матрицы, полученной из элементов матрицы A , стоящих на пересечении строк с номерами, отличными от $i_1, i_2, \dots, i_k$ и столбцов с номерами, отличными от $j_1, j_2, \dots, j_k$.

35.3. Сформулируйте определение алгебраического дополнения

Алгебраическим дополнением $A_{i_1, i_2, \dots, i_k}^{j_1, j_2, \dots, j_k}$ будем называть дополнительный минор этого элемента, взятый со знаком $(-1)^{i_1+i_2+\dots+i_k+j_1+j_2+\dots+j_k}$

Другая формулировка: Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называется алгебраическое дополнение A_i^j .

36. Запишите формулу Лапласа вычисления определителя.

$$\det A = \sum M_{i_1, i_2, \dots, i_k}^{j_1, j_2, \dots, j_k} A_{i_1, i_2, \dots, i_k}^{j_1, j_2, \dots, j_k}$$

где суммирование ведется по всем возможным наборам $j_1, j_2, \dots, j_k$ при фиксированном наборе $i_1, i_2, \dots, i_k$ (или по всем возможным наборам $i_1, i_2, \dots, i_k$ при фиксированном наборе $j_1, j_2, \dots, j_k$)

Устный опрос по модулю «Элементы аналитической геометрии»

Целью устного опроса является проверка знания студентами теоретического материала модуля. При этом основное внимание следует уделить умению математически грамотно формулировать определения и формулировки теорем. Проводится обычно в конце модуля, то есть на 17–18 неделе обучения. Студентов заранее (примерно за неделю) следует предупредить о времени проведения устного опроса и определить перечень вопросов. Ниже приводится примерный перечень вопросов с ответами.

1. Сформулируйте определение скалярного произведения.

Скалярным произведением $\vec{a}\vec{b}$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будем называть отображение декартова произведения линейного пространства $V \times V \rightarrow \mathbb{R}$, обладающее свойствами симметричности ($\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$), линейности ($\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$ и положительной определенности ($\vec{a}\vec{a} \geq 0$)

2.1. Запишите формулу вычисления скалярного произведения в декартовых координатах:

$$\vec{a}\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z,$$

где $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$.

2.2. Перечислите свойства скалярного произведения

Коммутативность $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$.

Линейность $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$.

Положительная определенность $\vec{a}\vec{a} \geq 0$, причем $\vec{a}\vec{a} = 0$ тогда и только тогда, когда $\vec{a} = \vec{0}$.

3.1. Что называется длиной (нормой) вектора?

Длиной (нормой) вектора называется квадратный корень из скалярного квадрата вектора $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}\vec{a}}$

3.2. Как определяется понятие угла между векторами в линейном пространстве со скалярным произведением?

Косинус угла между двумя векторами в пространстве со скалярным произведением равен частному скалярного произведения векторов и произведения их длин:

$$\cos(\vec{a}\vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

3.3. Какие два вектора называются ортогональными в пространстве со скалярным произведением?

Два вектора называются ортогональными, если их скалярное произведение равно нулю.

4. Сформулируйте определение правой тройки векторов.

Упорядоченная тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется правой, если при взгляде с конца первого вектора (вектора $\vec{a}$) направление кратчайшего поворота от вектора $\vec{b}$ к вектору $\vec{c}$ видится против хода часовой стрелки.

5. Сформулируйте определение векторного произведения векторов.

Векторным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется третий вектор $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$, определяемый тремя условиями.

Вектор $\vec{c}$ ортогонален как вектору $\vec{a}$, так и вектору $\vec{b}$.

Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - правая.

Длина вектора $\vec{c}$ равна произведению длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на синус угла между ними (который определяется из основного тригонометрического тождества $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$).

Замечание. Так как в определении векторного произведения используются понятия длины вектора, ортогональности и угла между векторами, то данное определение справедливо для пространств со скалярным произведением.

6.1. Запишите формулу вычисления векторного произведения в декартовых координатах.

Координаты вектора $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ могут быть найдены при формальном раскрытии определителя $\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$, где $\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$, $\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, а

символы i, j, k обозначают координатные векторы (орты) прямоугольной декартовой системы координат.

6.2. Перечислите свойства векторного произведения

Линейность $[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{b}] + [\vec{a}, \vec{c}]$

Антикоммутативность $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$

6.3. В каком случае векторное произведение двух векторов равно нулевому вектору

Векторное произведение двух векторов равно нулевому вектору в случае, когда вектора коллинеарны.

6.4. Опишите геометрический смысл векторного произведения векторов

Длина вектора, являющегося векторным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах.

Замечание. Таким образом, понятие векторного произведения позволяет ввести на пространстве с заданным скалярным произведением меру измерения площадей.

7. Сформулируйте определение смешанного произведения

Смешанным произведением векторов $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \vec{a}\vec{b}\vec{c}$ будем называть векторное произведение первых двух векторов, скалярно умноженное на третий вектор. $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \vec{a}\vec{b}\vec{c} = ([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c})$

8.1. Запишите формулу для вычисления смешанного произведения в декартовых координатах

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}, \text{ где } \vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\}, \vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\}, \vec{c} = \{c_x, c_y, c_z\}$$

8.2. Перечислите свойства смешанного произведения

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}) = -(\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}) = -(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}) = -(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a})$$

Линейность

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \vec{d}) = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) + (\vec{a}, \vec{b}, \vec{d})$$

8.3. В каком случае смешанное произведение трех векторов равно нулю.

Смешанное произведение трех векторов равно нулю, если эти векторы компланарны (то есть лежат в одной плоскости).

8.4. Опишите геометрический смысл смешанного произведения

Модуль смешанного произведения равен объему параллелепипеда, построенного на векторах сомножителях как на ребрах, выходящих из одной вершины.

(другой вариант формулировки – смешанное произведение равно ориентированному объему параллелепипеда, построенного на векторах сомножителях как на ребрах, выходящих из одной вершины).

8.5. Как связан знак смешанного произведения с ориентацией сомножителей?

Знак смешанного произведения зависит от ориентации тройки сомножителей – если сомножители образуют правую тройку, то смешанное произведение положительно, если образуют левую тройку, то смешанное произведение отрицательно, если равно нулю – вектора компланарны.

Замечание. Смешанное произведение векторов позволяет определить на пространстве со скалярным произведением вслед за мерой площади и меру объема.

9. Что значит, что точка делит отрезок в заданном отношении? Запишите формулу координат точки деления отрезка в заданном отношении.

Точка C делит отрезок AB в заданном отношении λ , считая от A к B , если выполняется равенство $\lambda = \frac{|AC|}{|BC|}$. Координаты точки C задаются формулами $c_x = \frac{a_x + \lambda b_x}{1 + \lambda}$, $c_y = \frac{a_y + \lambda b_y}{1 + \lambda}$, $c_z = \frac{a_z + \lambda b_z}{1 + \lambda}$.

10. Запишите формулы, связывающие координаты вектора с координатами его начала и конца.

$$x_{AB} = x_B - x_A, y_{AB} = y_B - y_A, z_{AB} = z_B - z_A,$$

где $\overrightarrow{AB} \{x_{AB}, y_{AB}, z_{AB}\}$, $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$.

11. Запишите формулы, позволяющие определить длину отрезка по его координатам.

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Замечание. В вопросах 9–11 приводятся формулы для случая пространства. Для случая плоскости происходит естественное сокращение формул.

12.1. Запишите общее уравнение прямой на плоскости, сформулируйте геометрический смысл коэффициентов.

$Ax + By + C = 0$, A и B есть координаты вектора нормали (ортогонального) данной прямой, коэффициент C отвечает за сдвиг прямой от начала координат.

12.2. Запишите координаты вектора нормали прямой, заданной общим уравнением.

Если $Ax + By + C = 0$ - общее уравнение прямой, то координаты вектора нормали $\vec{n}\{A, B\}$.

Замечание. Приведенное утверждение справедливо для декартовой системы координат.

12.3. Что можно сказать о геометрическом положении прямой, заданной общим уравнением, относительно системы координат в случае равенства нулю коэффициентов

Если в общем уравнении прямой $Ax + By + C = 0$, $A = 0$, то прямая параллельна оси абсцисс, если $B = 0$, то прямая параллельна оси ординат, если $C = 0$, то прямая проходит через начало координат.

13.1. Какое уравнение называется уравнением прямой с угловым коэффициентом? Опишите его связь с общим уравнением прямой.

Уравнение $y = kx + b$ называется уравнением прямой с угловым коэффициентом. Оно может быть получено из общего уравнения

$Ax + By + C = 0$ выражением переменной y при условии $B \neq 0$.

13.2. Опишите геометрический смысл коэффициентов в уравнении прямой с угловым коэффициентом.

В уравнении $y = kx + b$ коэффициент k называется угловым коэффициентом и равен тангенсу угла, который составляет прямая с положительным направлением оси абсцисс (отсчет идет в направлении кратчайшего поворота от оси абсцисс к оси ординат), коэффициент b называется свободным коэффициентом и равен значению ординаты точки пересечения прямой с осью ординат.

Замечание. Записать уравнение прямой с угловым коэффициентом возможно не для любой прямой, а лишь для прямой, не параллельной оси ординат.

14. Запишите формулу нахождения угла между двумя прямыми на плоскости, заданными уравнениями с угловым коэффициентом.

Пусть $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$ – уравнения двух прямых с угловым коэффициентом. Тогда тангенс угла между ними может быть определен по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$$

Пусть $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ – общие уравнения двух прямых. Тогда косинус угла между ними может быть определен по формуле

$$\cos \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Замечание. Приведенные формулы справедливы для декартовой системы координат.

15. Опишите взаимное расположение двух прямых на плоскости в терминах коэффициентов их общих уравнений

Пусть $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ – общие уравнения двух прямых. Тогда взаимное расположение этих прямых можно описать следующими соотношениями

Если $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$, то прямые совпадают;

Если $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$, то прямые параллельны;

Если $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$, то прямые пересекаются.

16. Запишите каноническое уравнение прямой на плоскости.

Каноническим уравнением прямой на плоскости называется уравнение вида:

$$\frac{x - x_0}{x_1} = \frac{y - y_0}{y_1},$$

где (x_0, y_0) - координаты некоторой точки на прямой, $\{x_1, y_1\}$ – координаты направляющего вектора прямой.

17. Запишите формулы, определяющие уравнения прямой, проходящей через две точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

Каноническое уравнение

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Уравнение с угловым коэффициентом

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + y_1 - \frac{(y_2 - y_1)x_1}{x_2 - x_1}$$

Общее уравнение

$$-(y_2 - y_1)x + (x_2 - x_1)y + x_1(y_2 - y_1) - y_1(x_2 - x_1) = 0.$$

Замечание. При записи формул допускается (и приветствуется) не формальное заучивание формулы, а вывод ее из канонического уравнения как наиболее простого путем перемножения по правилу пропорции и раскрытия скобок.

18. Запишите координатно-параметрическое уравнение прямой. Опишите геометрический смысл коэффициентов.

$$\begin{cases} x = x_0 + tx_1 \\ y = y_0 + ty_1 \end{cases}$$

где (x_0, y_0) - координаты некоторой точки на прямой, $\{x_1, y_1\}$ – координаты направляющего вектора прямой.

19. Запишите нормальное уравнение прямой. Опишите геометрический смысл коэффициентов.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

где a – абсцисса точки пересечения прямой с осью абсцисс, b – ордината точки пересечения с осью ординат.

Замечание. Очевидно, что нормальное уравнение определено только для прямых, не проходящих через начало координат.

20. Опишите связь между уравнением прямой, и прямой параллельной заданной и проходящей через фиксированную точку.

Если прямая задана общим уравнением $Ax + By + C = 0$, то уравнение прямой, параллельной заданной и проходящей через точку (x_0, y_0) имеет вид

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

или, что тоже

$$Ax + By - Ax_0 - By_0 = 0$$

Если прямая задана каноническим уравнением $\frac{x - x_0}{x_1} = \frac{y - y_0}{y_1}$

то уравнение прямой, параллельной заданной и проходящей через точку (x_2, y_2) имеет вид

$$\frac{x - x_2}{x_1} = \frac{y - y_2}{y_1}$$

Если прямая задана координатно-параметрическим уравнением

$$\begin{cases} x = x_0 + tx_1 \\ y = y_0 + ty_1 \end{cases}$$

то уравнение прямой, параллельной заданной и проходящей через точку (x_2, y_2) имеет вид

$$\begin{cases} x = x_2 + tx_1 \\ y = y_2 + ty_1 \end{cases}$$

Если прямая задана уравнением с угловым коэффициентом

$y = kx + b$ то уравнение прямой, параллельной заданной и проходящей через точку (x_0, y_0) имеет вид $y = k(x - x_0) + y_0$

21. Опишите связь между уравнением прямой и уравнением прямой, перпендикулярной заданной и проходящей через фиксированную точку.

Если прямая задана общим уравнением $Ax + By + C = 0$, то уравнение прямой, перпендикулярной заданной и проходящей через точку (x_0, y_0) имеет вид

$$B(x - x_0) - A(y - y_0) = 0$$

или, что тоже

$$Bx - Ay - Bx_0 + Ay_0 = 0$$

Если прямая задана каноническим уравнением $\frac{x-x_0}{x_1} = \frac{y-y_0}{y_1}$

то уравнение прямой, перпендикулярной заданной и проходящей через точку (x_2, y_2) имеет вид

$$\frac{x - x_2}{-y_1} = \frac{y - y_2}{x_1}$$

Если прямая задана уравнением с угловым коэффициентом

$y = kx + b$ то уравнение прямой, параллельной заданной и проходящей через точку (x_0, y_0) имеет вид $y = \frac{1}{k}(x - x_0) + y_0$.

Замечание. Приведенные утверждения справедливы для декартовой системы координат.

22. Запишите формулу, выражающую расстояние от точки на плоскости до прямой, заданной общим уравнением.

Если прямая задана общим уравнением $Ax + By + C = 0$, то расстояние от точки (x_0, y_0) до этой прямой может быть найдено по формуле

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

23. Как найти координаты точки пересечения двух прямых, заданных общими уравнениями?

Пусть $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ – общие уравнения двух прямых. Тогда координаты точки их пересечения могут быть найдены как решения системы уравнений

$$\begin{cases} A_1x + B_1y = -C_1 \\ A_2x + B_2y = -C_2 \end{cases}$$

Замечание. Очевидно, что данная система будет являться определенной

только при условии $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$, что говорит о пересечении заданных прямых.

24. Опишите способ нахождения площади треугольника, заданного координатами своих вершин.

Пусть треугольник задан координатами вершин (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) . Тогда его можно рассматривать как половину параллелограмма, построенного на векторах $\{x_2 - x_1, y_2 - y_1\}$ и $\{x_3 - x_1, y_3 - y_1\}$ как на сторонах. Таким образом, площадь треугольника может быть получена по формуле

$$S = \frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & 0 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & 0 \end{vmatrix}$$

которая равносильна выражению

$$S = \frac{1}{2} ((x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1))$$

правая часть которого может быть записана в виде

$$\frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$

25.1. Запишите общее уравнение плоскости в пространстве, укажите геометрический смысл коэффициентов

Общим уравнением плоскости в пространстве называется уравнение вида $Ax + By + Cz + D = 0$. Коэффициенты A, B, C являются координатами вектора нормали к плоскости (вектора, ортогонального плоскости), коэффициент D описывает расстояние от плоскости до начала координат.

25.2. Запишите координаты вектора нормали плоскости, заданной общим уравнением.

Если $Ax + By + Cz + D = 0$ - общее уравнение прямой, то координаты вектора нормали $\vec{n}\{A, B, C\}$.

Замечание. Приведенное утверждение справедливо для декартовой системы координат.

26. Запишите координатно-параметрическое уравнение плоскости в пространстве. Опишите геометрический смысл коэффициентов.

$$\begin{cases} x = x_0 + tx_1 + kz_1 \\ y = y_0 + ty_1 + ky_2 \\ z = z_0 + tz_1 + kz_2 \end{cases}$$

где (x_0, y_0, z_0) - координаты некоторой точки на плоскости, $\{x_1, y_1, z_1\}$, $\{x_2, y_2, z_2\}$ - координаты двух векторов, компланарных плоскости.

27. Запишите нормальное уравнение плоскости, опишите геометрический смысл коэффициентов.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

где a - абсцисса точки пересечения прямой с осью абсцисс, b - ордината точки пересечения с осью ординат, c - аппликата точки пересечения с осью аппликат.

Замечание. Очевидно, что нормальное уравнение определено только для плоскостей, не проходящих через начало координат.

28.1. Запишите уравнения, задающие прямую в пространстве как линию пересечения двух плоскостей. Опишите геометрический смысл полученных уравнений

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

Каждое из уравнений задает плоскость, на пересечении которых и находится искомая прямая.

28.2. Как найти направляющий вектор прямой в пространстве, задаваемой общими уравнениями?

Если прямая в пространстве задается уравнением вида $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$, то ее направляющий вектор определяется как векторное произведение векторов $\{A_1, B_1, C_1\}$ и $\{A_2, B_2, C_2\}$

29. Запишите формулу, выражающую расстояние от точки в пространстве до плоскости, заданной общим уравнением.

Если прямая задана общим уравнением $Ax + By + Cz + d = 0$, то расстояние от точки (x_0, y_0, z_0) до этой прямой может быть найдено по формуле

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

30. Запишите формулу нахождения угла между плоскостями, заданными общими уравнениями.

Если две плоскости заданы общими уравнениями $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, то угол между ними может быть найден по формуле $\cos \alpha = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

31. Запишите координатно-параметрическое уравнение в пространстве. Опишите геометрический смысл коэффициентов.

$$\begin{cases} x = x_0 + tx_1 \\ y = y_0 + ty_1 \\ z = z_0 + tz_1 \end{cases}$$

где (x_0, y_0, z_0) – координаты некоторой точки на плоскости, $\{x_1, y_1, z_1\}$, – координаты направляющего вектора прямой.

8.3.2 Типовые задания для оценки уровня сформированности компетенции ПК-6 (индикатор ПК-6.1)

Индивидуальное домашнее задание №1

Задача 1. Выполнить указанные действия над данными матрицами, если A есть первая, B – вторая, а E – единичная матрицы.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 16 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, A^T B + 2A^2 - 7E$$

Задача 2. Решить систему линейных уравнений $A\vec{x} = \vec{b}$:

- 1) методом Гаусса;
- 2) методом Крамера.

В качестве основной матрицы системы взять матрицу A из задачи 1, а за столбец свободных членов $\vec{b}$ принять первый столбец матрицы B .

Задача 3. Решите задачу 2 школьными методами и проведите сравнительный анализ решения.

Задача 4. Определить совместна или несовместна система линейных уравнений $A\vec{x} = \vec{b}$, используя теорему Кронекера-Капелли. Решить ее методом Гаусса, при этом указать:

- 1) частное решение;
- 2) фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 9, \\ -x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_4 = -7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить определитель матрицы A следующими методами:

- 1) методом Гаусса;
- 2) разложением по i -той строке, по j -тому столбцу.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & -6 \end{bmatrix}, i = 3, j = 2.$$

Задача 6. Найти обратную матрицу методом Гаусса к матрице из задачи 4, соответствующей варианту.

Индивидуальное домашнее задание №2

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника $A_1A_2A_3$. Найти:
а) длины сторон A_1A_2 , A_1A_3 , A_2A_3 ; б) величины углов треугольника $A_1A_2A_3$;
в) уравнения сторон A_1A_2 , A_1A_3 , A_2A_3 ; г) уравнения всех высот треугольника $A_1A_2A_3$; д) точку пересечения высот треугольника $A_1A_2A_3$; е) уравнения всех медиан треугольника $A_1A_2A_3$; ж) точку пересечения медиан треугольника $A_1A_2A_3$; з) уравнения всех биссектрис треугольника $A_1A_2A_3$; и) уравнение прямой, проходящей через вершину A_1 параллельно стороне A_2A_3 ;
к) площадь треугольника $A_1A_2A_3$; л) расстояние от точки A_1 до прямой A_2A_3 .

Задание 2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:
а) длину ребра A_1A_2 ; б) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; в) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; г) площадь грани $A_1A_2A_3$; д) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$; е) уравнение прямой A_1A_2 ; ж) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
з) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать

чертеж.

Задание 3. Выполните задание 1 школьными методами и проведите сравнительный анализ решения; рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе; сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе

8.4. Вопросы для промежуточной аттестации

Типовые вопросы к экзамену

1. Сформулируйте понятие матрицы. Введите на множестве матриц операции сложения и умножения, сформулируйте и докажите основные свойства операций над матрицами. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе.
2. Опишите метод элементарных преобразований строк матрицы (метод Гаусса). Дайте матричную интерпретацию элементарных преобразований как результат умножения на элементарные матрицы. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе.
3. Рассмотрите понятие определителя матрицы. Докажите основные свойства определителя. Опишите метод Гаусса вычисления определителя. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе.
4. Рассмотрите понятие обратной матрицы. Опишите основные способы нахождения обратной матрицы. Проиллюстрируйте эти способ на примерах.
5. Рассмотрите понятие подстановки. Введите операцию умножения подстановок. Проиллюстрируйте понятие четности и нечетности подстановок на примерах.
6. Рассмотрите понятие алгебраического дополнения, минора и дополнительного минора. Докажите формулу Лапласа вычисления определителей. Проиллюстрируйте примерами метод вычисления определителя разложением по ряду.
7. Рассмотрите понятие линейного пространства. Приведите пример линейного пространства. Рассмотрите понятие линейно зависимых и независимых векторов и сформулируйте и докажите их свойства
8. Рассмотрите понятие системы линейных уравнений. Проведите сравнение однородной и неоднородной системы, сформулируйте и докажите свойства решений этих систем.
9. Сформулируйте понятие о фундаментальном семействе решений. Опишите методы нахождения фундаментального семейства решений. Рассмотрите фундаментальное семейство решений с точки зрения понятия подпространств.
10. Сформулируйте понятие ранга матрицы и ранга системы векторов. Сформулируйте и докажите теорему Кронекера-Капелли. Примените теорему Кронекера-Капелли при решении системы линейных уравнений.
11. Определите понятие базиса в линейном пространстве. Сформулируйте и докажите теорему о разложении вектора по базису.

12. Рассмотрите понятие подстановки. Введите операцию умножения подстановок. Проиллюстрируйте понятие четности и нечетности подстановок на примерах.

13. Рассмотрите понятие системы линейных уравнений. Проведите сравнение однородной и неоднородной системы, сформулируйте и докажите свойства решений этих систем. Решите систему линейных уравнений школьными методами и проведите сравнительный анализ решения.

14. Опишите случаи взаимного расположения прямых на плоскости с точки зрения уравнений и теории линейных систем. Проведите аналогию для случая взаимного расположения плоскостей. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

15. Рассмотрите основные задачи на прямую и плоскость в пространстве. Продемонстрируйте применение вычислительных алгоритмов на примерах. Докажите справедливость полученных формул для метрических задач. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

16. Рассмотрите основные типы задач на уравнение прямой на плоскости. Рассмотрите метрические задачи: нахождение угла между прямыми, расстояния от точки до прямой и расстояния между двумя прямыми на плоскости. Докажите приведенные формулы. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

17. Рассмотрите понятие плоскости в пространстве. Рассмотрите различные уравнения плоскости, опишите переход от одного уравнения к другому. Приведите примеры различных задач на плоскость в пространстве. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

18. Рассмотрите понятие аффинного пространства как точечно-векторного. Опишите понятие системы координат в аффинном пространстве. Установите связи между основными элементами аффинного пространства. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

19. Рассмотрите уравнение прямой. Докажите, что уравнение прямой есть уравнений первого порядка. Рассмотрите основные типы уравнений прямой на плоскости. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

20. Рассмотрите основные типы уравнений прямой в пространстве. Опишите переход от одного типа уравнений к другому. Рассмотрите основные задачи на прямую в пространстве. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу,

отражающую использование данной темы в школьном курсе.

21. Рассмотрите основные типы задач на уравнение прямой на плоскости. Рассмотрите метрические задачи: нахождение угла между прямыми, расстояния от точки до прямой и расстояния между двумя прямыми на плоскости. Докажите приведенные формулы. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

22. Сформулируйте понятие скалярного произведения. Докажите его свойства и формулу для вычисления в ПДСК. Рассмотрите его применение к решению геометрических задач. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

23. Исследуйте вопрос об ориентации в пространстве. Сформулируйте понятие векторного произведения. Докажите его свойства и формулу для вычисления в ПДСК. Рассмотрите его применение к решению геометрических задач. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

24. Сформулируйте понятие смешанного произведения. Докажите его свойства и формулу для вычисления в ПДСК. Рассмотрите его применение к решению геометрических задач. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

25. Рассмотрите понятие плоскости в пространстве. Рассмотрите различные уравнения плоскости, опишите переход от одного уравнения к другому. Приведите примеры различных задач на плоскость в пространстве. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

26. Рассмотрите основные задачи на прямую и плоскость в пространстве. Продемонстрируйте применение вычислительных алгоритмов на примерах. Докажите справедливость полученных формул для метрических задач. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

27. Опишите случаи взаимного расположения прямых на плоскости с точки зрения уравнений и теории линейных систем. Проведите аналогию для случая взаимного расположения плоскостей. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

28. Рассмотрите уравнение прямой. Докажите, что уравнение прямой есть уравнений первого порядка. Рассмотрите основные типы уравнений прямой на плоскости. Рассмотрите возможность изучения данной темы в школьном курсе. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен позволяет оценить сформированность универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, готовность к практической деятельности, приобретенные навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Устный ответ на экзамене

При определении уровня достижений студентов на экзамене необходимо обращать особое внимание на следующее:

- дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
- показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи;
- знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей;
- ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента;
- теоретические постулаты подтверждаются примерами из практики.

Устный опрос

При определении уровня достижений студентов с помощью устного опроса необходимо обращать особое внимание на следующее:

- оценивается полностью правильный ответ;
- преподавателем должна быть определена максимальная оценка за устный опрос, включающий определенное количество вопросов;
- преподавателем может быть определена максимальная оценка за один вопрос устного опроса.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);

- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/436467>

2. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для бакалавриата и специалитета / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 110 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-08428-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/434042>

3. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 447 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-12319-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/447322>

Дополнительная литература

1. Баврин, И. И. Высшая математика для педагогических направлений : учеб. для бакалавров / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Юрайт, 2014. — 616 с.

2. Бугров, Я. С. Высшая математика : учеб. для вузов : в 3 т. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — М. : Дрофа, 2006. — 284 с.

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://mathprofi.ru> (Данный ресурс предназначен, прежде всего, для студентов технических, экономических и гуманитарных специальностей. Каждый, кто осваивает высшую математику, найдет немало полезных учебных материалов, изложенных в доступной форме. Разбираются различные темы высшей математики. Автор старается максимально подробно разъяснить практические задания).

<http://www.allmath.ru/mathan.htm> (Сайт представляет собой математический портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика).

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче экзамена.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к экзамену;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к экзамену;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

12. Перечень информационных технологий

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Windows 7 Профессиональная
2. Microsoft Office Профессиональный плюс 2010

12.2 Перечень информационных справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ»
2. Информационно-правовая система «Консультант +»

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в информационной системе 1 С: Университет.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.